Cours du 12.10.2020
lundi 12 octobre 2020 18:42

Rappel:

$$\overset{2^1\,2^0\,2^{-1}\,2^{-2}\,2^{-3}}{(11,011)_2} = 1\cdot 2^1 + 1\cdot 2^0 + 0\cdot\frac{1}{2} + 1\cdot\frac{1}{4} + 1\cdot\frac{1}{8}$$
$$= 3{,}375$$

$$(23,10625)_{10} \longmapsto (\quad)_2 \,?$$

$16+4+2+1$

$$(\underbrace{23}_{(10111)_2} + \underbrace{0,10625}_{\text{Multipl.}})_{10} = (\quad)_2 + (0,\dots)_2 = (10111,000011011\overline{0011})_2$$

0, ↙ Avant la virgule

×2, (-1)×2

0.10625	0
0.2125	0
0.425	0
0.85	0
1.7	1
1.4	1
0.8	0
1.6	1
1.2	1
0.4	0
0.8	0
1.6	1
1.2	1
0.4	

$$(0,10625)_{10} = (0,000011011\overline{0011})_2$$

Ecriture Scientifique:

$(23,10625)_{10}$ $(= 2310,625\cdot 10^{-2})$

$(10111,000011011\overline{0011})_2$

$(2,310625)_{10}\cdot \boxed{10}^1$

$(10111)_2 = 1\cdot 2^4 + 1\cdot 2^2 + 1\cdot 2^1 + 1\cdot 2^0$

Ecriture Scientifique en base 2 !!!

$$(1,0111)_2 \times \boxed{2}^4 =$$
$$(1\cdot 2^0 + 0\cdot 2^{-1} + 1\cdot 2^{-2} + 1\cdot 2^{-3}) \times 2^4$$
$$= 1\cdot 2^4 + \underbrace{0\cdot 2^{-1+4}}_{0\cdot 2^3} + 1\cdot 2^2 + 1\cdot 2^1 + 1\cdot 2^0 = (10111)_2$$

⚠ l'écriture scientifique en base B est toujours du type

$$(-1)^s\,(X,Y)_B\cdot B^e$$

- e exposant $\in \mathbb{Z}$
- X "partie significative" $\in [1, B[$
- Y partie décimale
- s signe < 0 si le nombre est positif

y partie décimale

s signe $<^{0}_{1}$ 0 si le nombre est positif, 1 s'il est négatif

Rappel: $(-1)^1 = -1$ et $(-1)^0 = +1$

l'écriture scientifique est un quadruplet (s, x, y, e).

EN BASE 2:

Que se passe-t-il pour $(\underline{x}, y)_2$?

$$x \in [1, \underset{2}{B}[\; = [1, 2[$$

1,00, ..., 1,9999...

En base 2, l'écriture scientifique implique TOUJOURS* que $x = 1$

* sauf pour écrire $0{,}0 \cdot 2^0$!!

PAS inclus

$]1, 2[$; $[1, 2] = \{x$ où $x \geqslant 1$ et $x \leq 2\}$

$]1,2[= \{ \quad x > 1 \quad x < 2\}$

$[\quad [= \{ \quad x \geqslant 1 \quad x < 2\}$

$]\quad] = \{ \quad x > 1 \quad x \leqslant 2\}$

Base :

$$1\underbrace{00}_{+2},01 \cdot 10^{3} \overset{+2}{=} 1,0001 \cdot 10^{5}$$

$$0,\underbrace{001}_{-3} \cdot 10^{1} \overset{-3}{=} 1,0 \cdot 10^{-2}$$

Représentation du Float: (nombre à virgule flottante)

Représentation 3 parties :

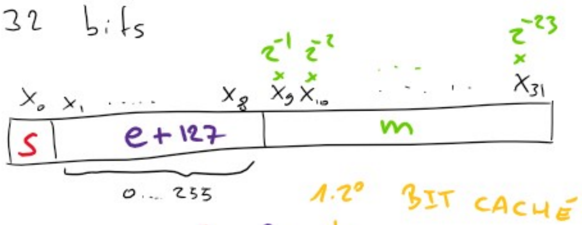
$$X = (-1)^{\overset{\text{signe}}{s}} \times (1,\underbrace{m}_{\text{MANTISSE}}) \times 2^{\overset{\text{exposant}}{e}}$$

1,m

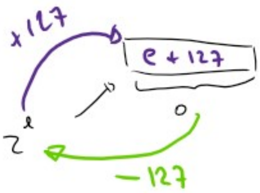
en base 2 la partie entière est toujours* 1 (* sauf si $X = 0$!)

Norme IEEE 754 : définit la convention d'encodage d'un nombre à virgule flottant en bits.

Float 32 bits



$$X = (-1)^{s} \cdot 2^{e} \, (1,m)$$



Pourquoi pas l'écriture en compl. à base 2

1) plus d'exposants POSITIFS (−127 à +128)
2) Exclut le cas où on écrit que des 0 dans l'exposant (CAS SPÉCIAL)

SIGNE	128	64	32	16	8	4	2	1	0.5	0.25	0.125	0.0625	0.03125	0.015625
1	0	0	1	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0

.... IEEE 754

$(-1)^1$ 34   0,375

$$\xrightarrow{-127}$$

$$\hookrightarrow (?)_{10} = (-1)^{1} \cdot 2^{34-127} \, (1,375) = \underbrace{-1,375 \cdot 2^{-93}}_{\text{ok pour l'examen}} \quad (\approx -1 \cdot 10^{-28})$$

Règle générale pour APPROXIMER en base 10

$$2^{x} \approx 10^{x/3,3}$$

1) Attention au BIT CACHÉ !!
2) Attention au SHIFT de l'exposant !   +127 encode $2^x \longrightarrow \boxed{x+127}$ −127 décode $\boxed{e} \longrightarrow 2^{e-127}$

Ecriture NORMALISÉE $\Rightarrow$ bit caché $= 1$ $(1,m)$

Ecriture NORMALISÉE $\Rightarrow$ bit caché $= 1$ $(1,m)$

$\boxed{\text{DENORMALISÉE}}$ $\Rightarrow$ bit caché $= 0$

↳ si $\boxed{00000000}$ expos.

↳ $2^{0-127} = 0,m \cdot \underbrace{2^{-127}}_{\text{proche de } 0}$

Double $\Rightarrow$ 64 bits

1	11 e	52 mantisse
	$e+1024$	...

Exercices:

1) Décodez ce Float

$$\left(\underbrace{0}\ \overbrace{1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1}^{128\ 64 \quad 4\ 2\ 1}\ \underbrace{1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 0\ \ldots\ 0}_{m}\right)_{IEEE\,754} = (?)_{10} = \left(\pm\underbrace{x,y}_{()_{10}} \cdot 2^{e}\right)$$

($\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{16}$; e : $()_{10}$)

2) Encodez $(8,3755)_{10} \longrightarrow (?)_{IEEE\,754}$

Corrigé 1: s) 1^{er} bit $= 0$ $\Rightarrow$ "+"

e) $128 + 64 + 4 + 1 = 197 \xrightarrow[-127]{\text{Décodage}} +(\ldots) \times 2^{197-127} = +(\ldots) \cdot 2^{70}$

m) $m = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{16} = \frac{8+4+1}{16} = \frac{13}{16} = 0,8125$

⚠ Bit caché 1 car $e \neq -127$ (il y a pas que de "0")

1,8125

$$\boxed{()_{IEEE754} = +\,1,8125 \cdot 2^{70}} \approx +\,1 \cdot 10^{21}$$

$$\boxed{(\ )_{IEEE754} = +1{,}8125 \cdot 2^{70}} \approx +1 \cdot 10^{21}$$

2) $(8{,}3755)_{10} \longmapsto$

s	e	m
1		

>0

$(\ )_2 \longrightarrow (1,m)\cdot 2^e \longmapsto (1,\dots)_2 \cdot 2^e$

1 — 2

$8 = 1\cdot 2^3 + 0\cdot 2^2 + \dots$

$$(8{,}3755)_{10} = (8)_{10} + (0{,}3755)_{10} = (1000)_2 + (0{,}0011000000001000001)_2$$

0.3755	0
0.751	0
1.502	1
1.004	1
0.008	0
0.016	0
0.032	0
0.064	0
0.128	0
0.256	0
0.512	0
1.024	1
0.048	0
0.096	0
0.192	0
0.384	0
0.768	0

$$(8{,}3755)_{10} = (1\underbrace{000}_{+3},\underbrace{0011000000001000001}_{1})_2$$

$$\overset{2}{=} +(1{,}000\ 0011000000001000001\dots)_2 \cdot 2^3$$

$$(-1)^0\,(1,\ m) \cdot 2^{130-127}$$

$$(8{,}3755)_{10} = (\,0\,|\,10000010\,|\,000\ 0011000000\dots\,)_{IEEE754}$$

2^3 +127

Stop à 23 bit
s'il en manque, on
ajoute les 0 à droite

$\hookrightarrow (3+127)_{10} = (130)_{10} = 128 + 2 = (10000010)_2$